DINÂMICA NÃO-LINEAR E CAOS

Prof. Marcelo A. Savi

Pontos de Equilíbrio, Estabilidade e Hamiltonianos

1 - Determine os pontos de equilíbrio e avalie a natureza da estabilidade desses pontos para os seguintes sistemas. Se necessário assuma as características dos parâmetros (positivo ou negativo, por exemplo).

a) $\ddot{u} + \mu u + u^2 = 0$

b) $\ddot{u} + \alpha \dot{u} + \gamma u + \beta u^3 = 0$

c) $\ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + \omega_0^2 \operatorname{sen}(\theta) = 0$

d) $\ddot{u} + \alpha (1 - \beta u^2) \dot{u} + \omega_0^2 u = 0$

e) $\begin{cases} \dot{u} = \alpha (v - u) \\ \dot{v} = u(\beta - w) - v \\ \dot{w} = uv - \gamma w \end{cases}$

2 – Discuta outras possíveis naturezas de pontos de equilíbrios diferentes de sela, poço, fonte, espiral e centro.

3 - Determine os pontos de equilíbrio e avalie a natureza da estabilidade destes pontos para os seguintes mapeamentos. Se necessário assuma as características dos parâmetros (positivo ou negativo, por exemplo).

a) $$\begin{cases} U_{n+1} = U_n \\ V_{m+1} = U_n + V_n \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} U_{n+1} = \alpha - U_n^2 + \beta V_n \\ V_{n+1} = U_n \end{cases}$$

c) $$\begin{cases} U_{n+1} = \alpha + \mu_1 (U_n \cos\tau - V_n \operatorname{sen}\tau) \\ V_{n+1} = \mu_2 (U_n \operatorname{sen}\tau + V_n \cos\tau) \end{cases}$$

4 - A partir dos sistemas mecânicos conservativos 2-Dim propostos a seguir,

a) $\ddot{u} - \mu u + \beta u^3 = 0$

b) $\ddot{u} + \mu \operatorname{sen}(u) = 0$

- Determine a função Hamiltoniana $H(u,v)$ associada a energia total do sistema e trace o que se pede a seguir para vários níveis de energia:

a) As curvas Energia Potencial versus posição.
b) As superfícies da função Hamiltoniana.
c) As órbitas no espaço fase (u,v).

- Avalie diferentes sinais para os parâmetros. Mostre que estes sistemas são conservativos.