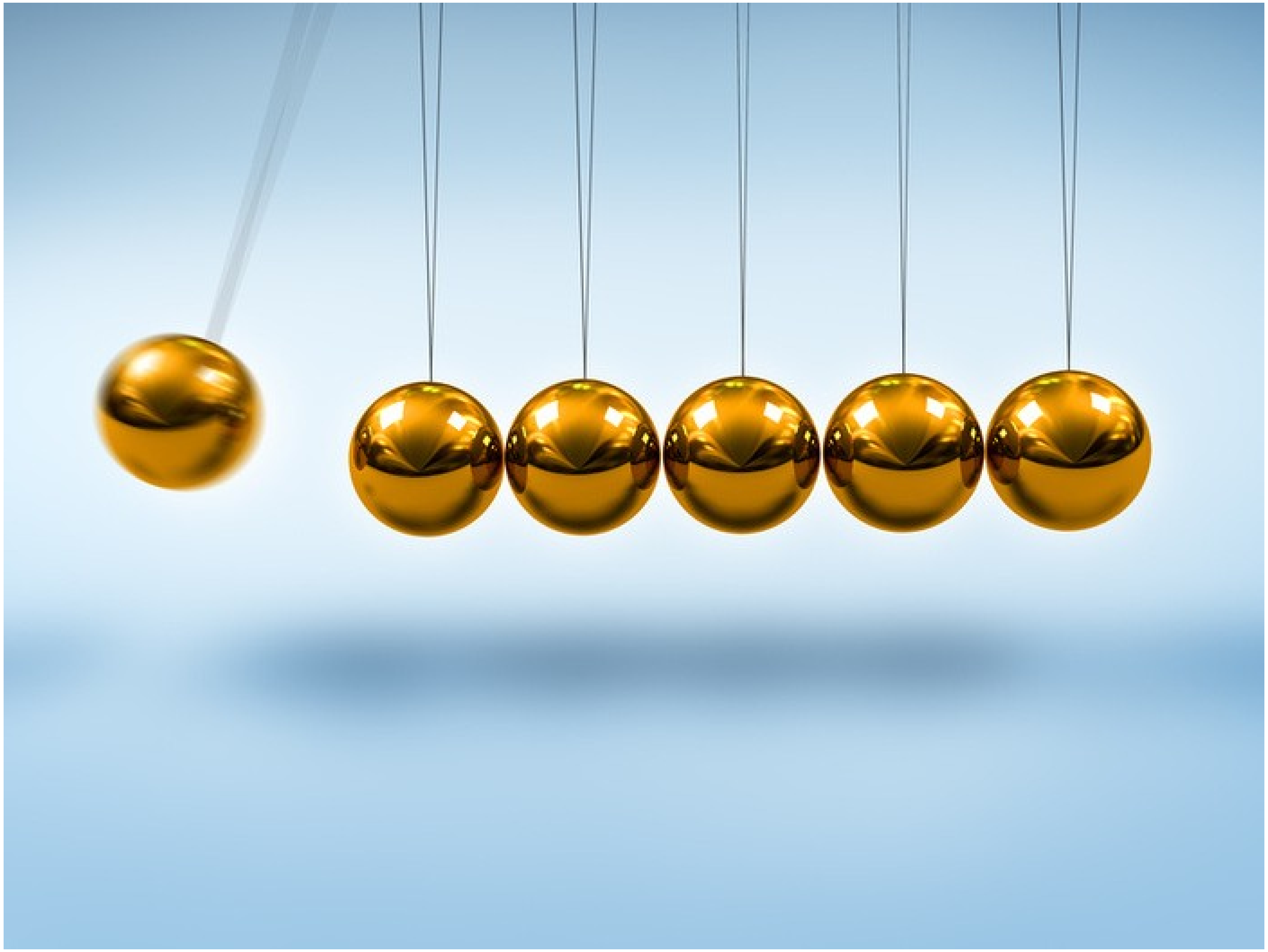
Colisão e choque



Impacto

- Quando uma força de intensidade relativamente grande atua por curto período de tempo:
  - Geralmente não se conhece uma função que as descreva;
  - O impulso da força de impacto é aproximadamente igual ao impulso da resultante das forças;

$$\underline{I}_{12}^{Fi} \approx \underline{I}_{12}^{R} = G_2^P - G_1^P = m\left(v_2 - v_1\right)$$

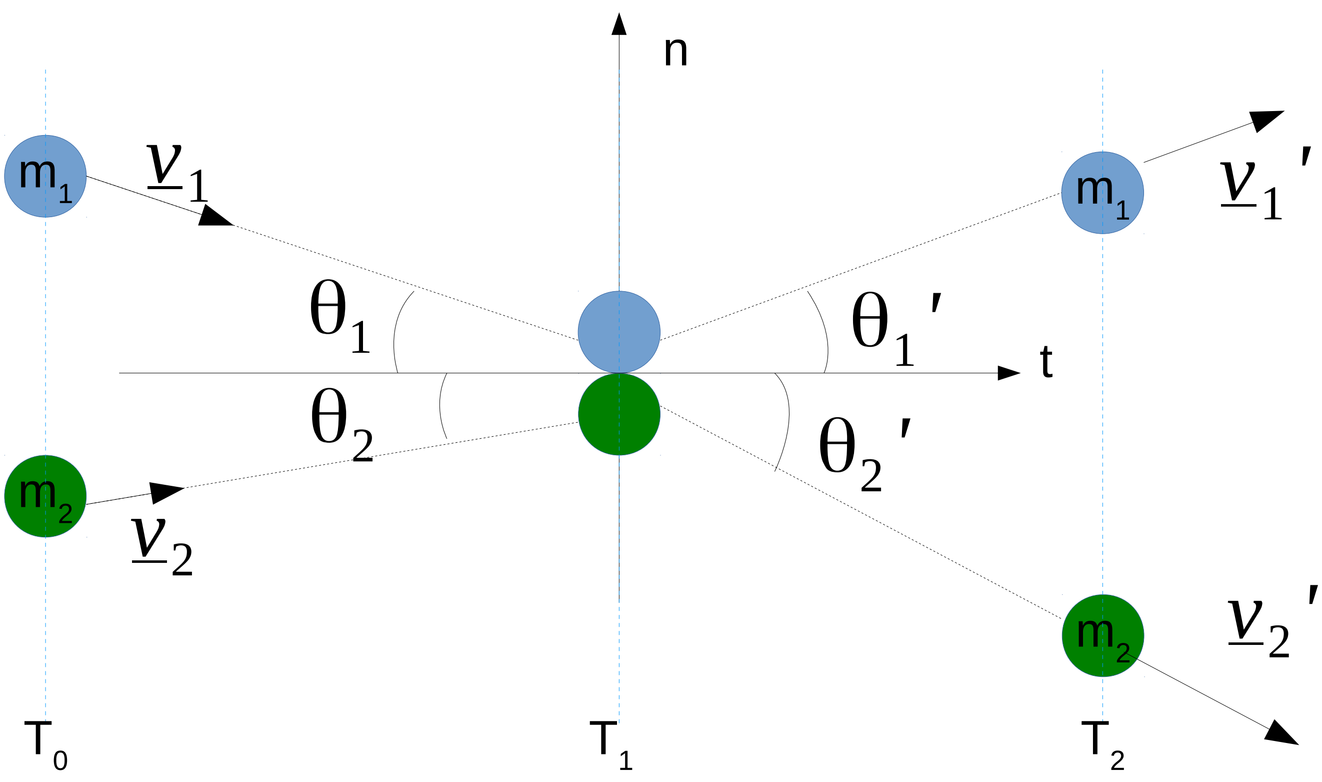
$$\underline{R} = 0 \Rightarrow \quad G_2 - G_1 = 0$$

Choque

- Refere-se à colisão entre dois corpos:
  - Grandes forças de cotato por mínimos período de tempo;
  - Tratado em termos de impulso e quantidade de movimento;

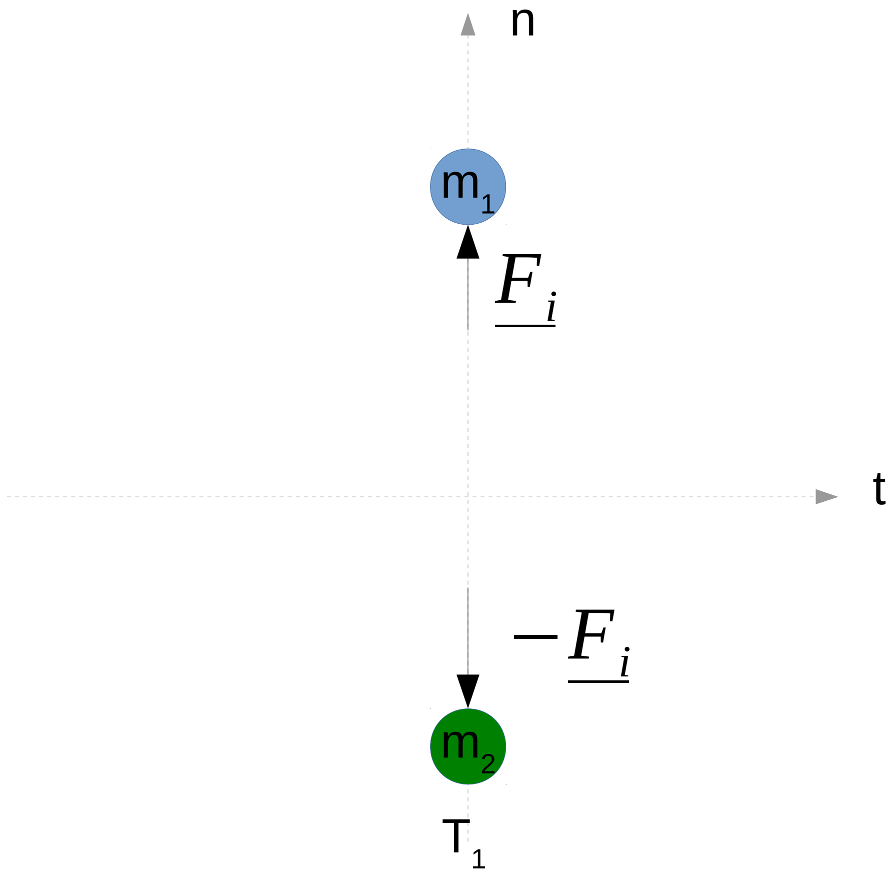
Choque

- Coeficiente de restituição
  - Duas partículas com massas m_1 e m_2 se movem no mesmo plano em tragetórias concorrentes com velocidades v_1 e v_2;



Choque

No instante do choque (T_1) uma força restauradora $\underline{F_i}$ atua nas massas;



Conservação da quantidade de movimento:

$$\int_{T_0}^{T_2} \underline{F_{res}}\, dT = G_2 - G_1$$

Desconsideram-se as demais forças em comparação à força interna:

$$G_2 - G_1 = 0$$

Choque

Usando as componentes ***n*** e ***t***, tem-se:

$$n: \quad m_1 v_1^n + m_2 v_2^n = m_1 v_1^{n\,'} + m_2 v_2^{n\,'}$$

$$t: \quad m_1 v_1^t + m_2 v_2^t = m_1 v_1^{t\,'} + m_2 v_2^{t\,'}$$

$$v_1^n = v_1\, sen(\theta_1)$$

$$v_1^n\,' = v_1\,'\, sen(\theta_1\,')$$

$$v_2^n = v_2\, sen(\theta_2)$$

$$v_2^n\,' = v_2\,'\, sen(\theta_2\,')$$

Como não há impulso na direção ***t***, a velocidade de cada corpo nesta direção deve se conservar

$$v_1^t = v_1^{t\,'}$$

$$v_2^t = v_2^{t\,'}$$

$$v_1 \cos(\theta_1) = v_1\,' \cos(\theta_1\,')$$

$$v_2 \cos(\theta_2) = v_2\,' \cos(\theta_2\,')$$

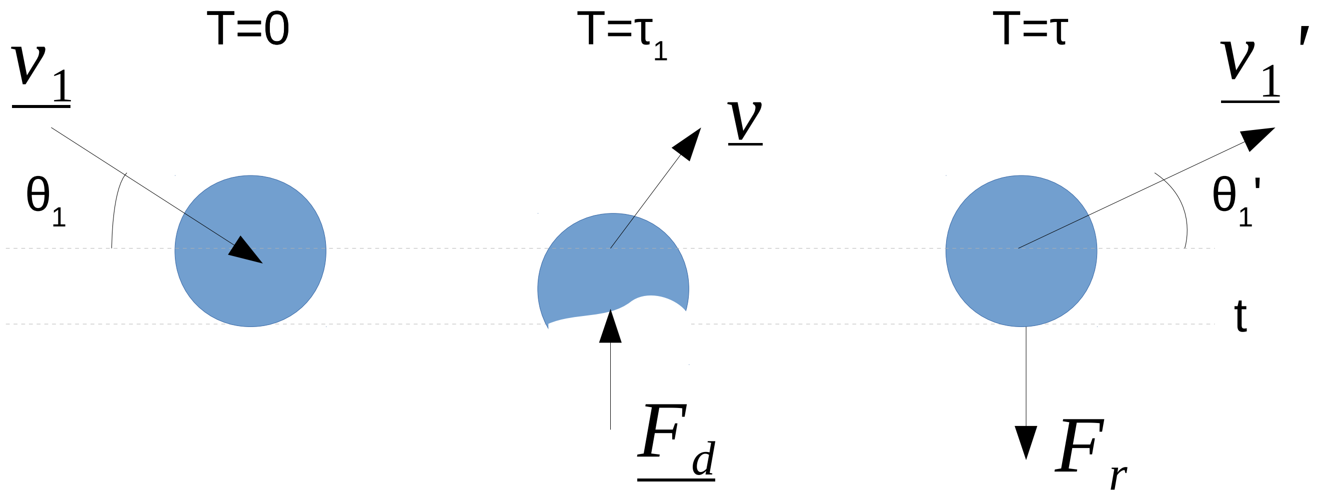
Esta equação torna a conservação da quantidade de movimento na direção ***t*** trivialmente satisfeita. Assim tem-se 3 equações e 4 incógnitas (v_1', v_2',θ_1' e θ_2')

Choque

Realizam-se considerações a respeito dos materiais, para isto utilizam-se os impulso de restauração e de deformação.

Coeficiente de restituição: índice que relaciona o impulso de restituição com o de deformação.

$$e=\frac{\int_{\tau_1}^{\tau} F_r\,dT}{\int_0^{\tau_1} F_d\,dT}$$



F_r : Força de restauração;

F_d : Força de deformação

τ_1 : Tempo requerido para deformação

τ : Tempo total de contato

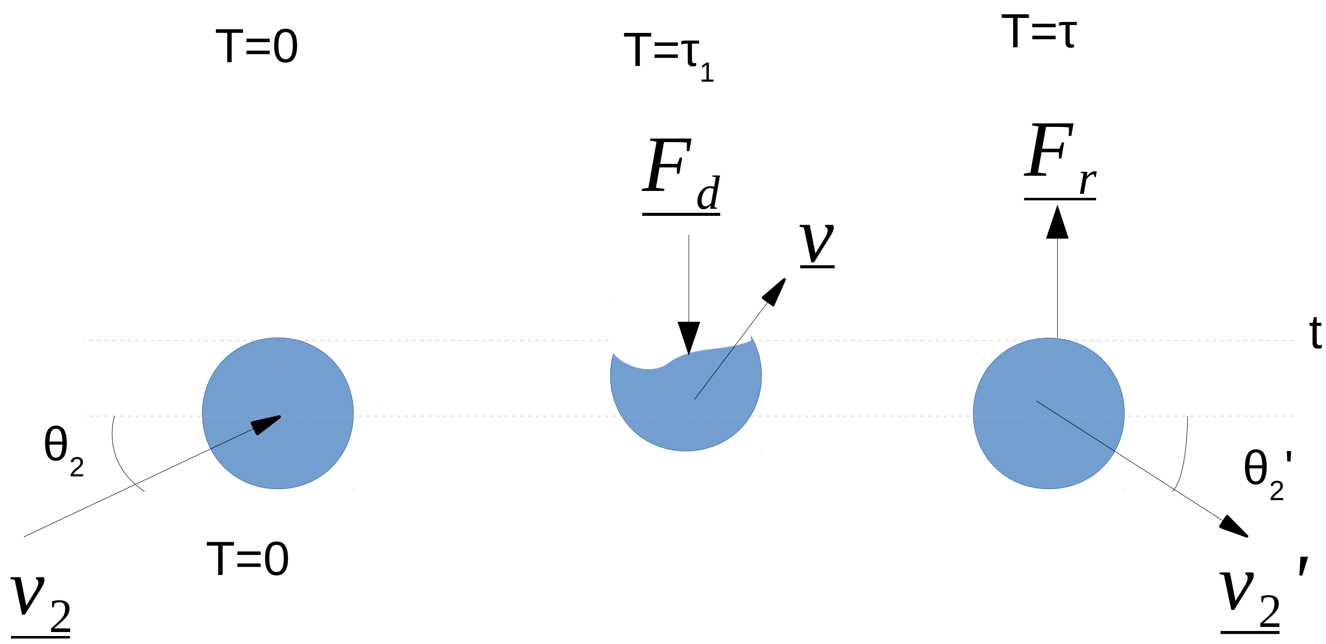
$\underline{v}$: velocidade comum dos corpos quando da transição entre os regimes de deformação e restauração

Choque

$$\int_{\tau_1}^{\tau} \underline{F_r}\, dT = m_1 v_1^n{}' - m_1 v^n$$
$$\int_{0}^{\tau_1} \underline{F_d}\, dT = m_1 v^n - m_1 v_1^n$$

$$\Rightarrow \quad e = \frac{m_1 (v_1^n{}' - v^n)}{m_1 (v^n - v_1^n)} = \frac{v_1{}' sen(\theta_1{}') - v^n}{v^n - v_1 sen(\theta_1)}$$

Procedendo-se de forma análoga com a partícula 2, tem-se:



Choque

$$e=\frac{\int_{\tau_1}^{\tau} F_r\, dT}{\int_0^{\tau_1} F_d\, dT}=\frac{m_2\left(v_2^n{}'-v^n\right)}{m_2\left(v^n-v_2^n\right)}=\frac{v_2{}'\, sen\left(\theta_2{}'\right)-v^n}{v^n-v_2\, sen\left(\theta_2\right)}$$

Eliminando-se v^n das expressões para **e**, tem-se:

$$e=\frac{v_2^n{}'-v_1^n{}'}{v_1^n{}'-v_2^n{}'}=\frac{v_1{}'\, sen\left(\theta_1{}'\right)+v_2{}'\, sen\left(\theta_2{}'\right)}{v_1\, sen\left(\theta_1\right)+v_2\, sen\left(\theta_2\right)}$$

Observar que neste caso θ_i são medidos em relação à uma mesma direção/sentido.

$$e=\frac{velocidade \;\; relativa \;\; de \;\; separação}{velocidade \;\; relativa \;\; de \;\; aproximação}$$

Choque

Observar que:

- e=1 significa que o choque é perfeitamente elástico, situação em que a força de restituição é identica à de deformação, e em que a energia se conserva;
- E=0 significa que o choque é perfeitamente plástico, ou seja, as partículas aderem uma à outra após a colisão;
- O coeficiente ***e*** é um parâmetro dos corpos que depende de suas composições e de suas geometrias;
- A definição deste coeficiente somou uma equação ao problema, permitindo a sua solução (4 equações e 4 incógnitas)

Resumo equações para choque

Conservação da quantidade de movimento

$$\Delta G_n = 0 \Rightarrow \quad m_1 v_1^n + m_2 v_2^n = m_1 v_1^n{}' + m_2 v_2^n{}'$$

Conservação da velocidade tangencial

$$v_1^t = v_1^{t\,'}$$

$$v_2^t = v_2^{t\,'}$$

Coeficiente de restituição

$$e = \frac{v_2^n{}' - v_1^n{}'}{v_1^n{}' - v_2^n{}'}$$

Solução

Resovendo o sistema de equações tem-se:

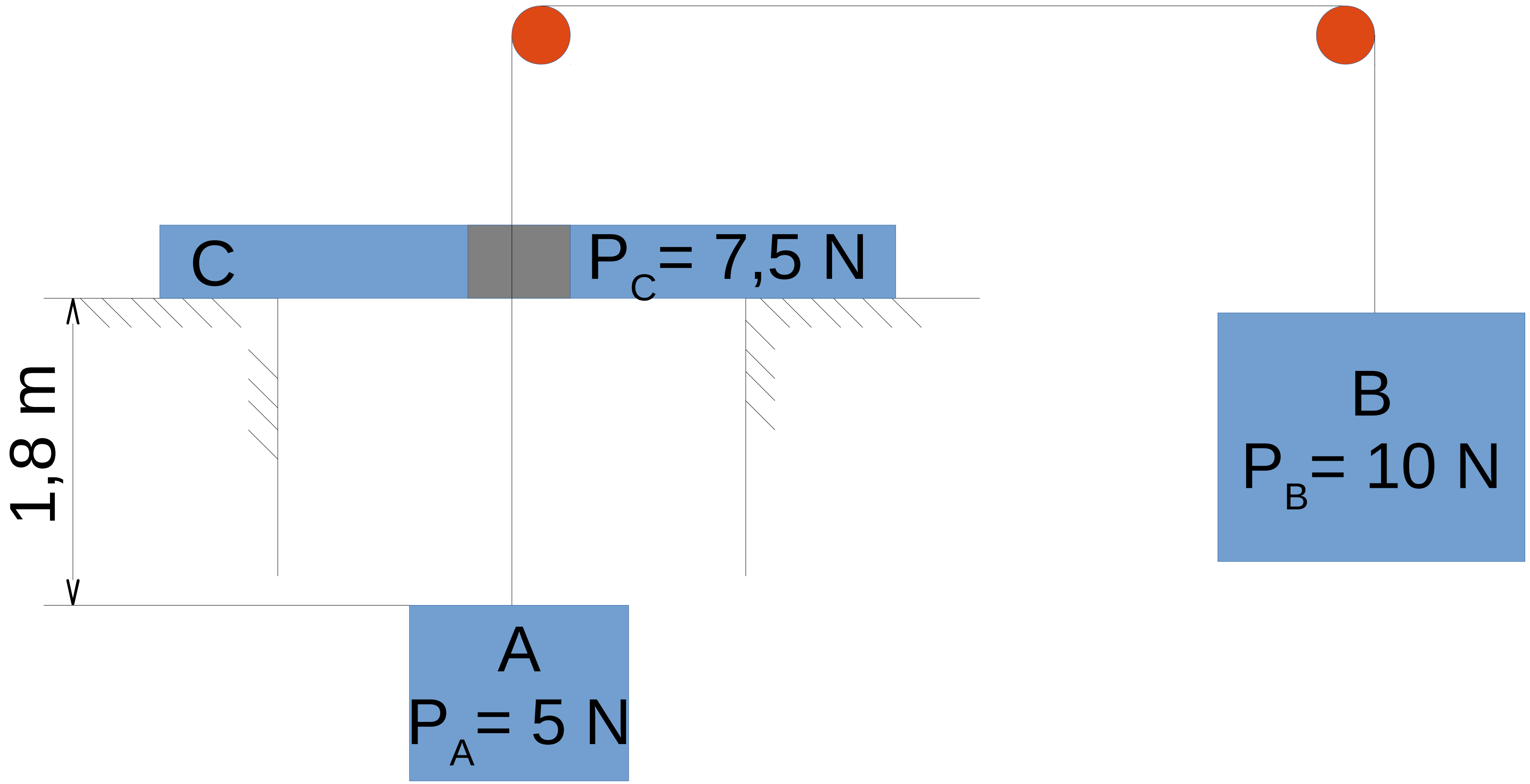
$$v_1^n{}' = \frac{m_1 - e\,m_2}{m_1 + m_2} v_1^n + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_2^n$$

$$v_2^n{}' = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_1^n + \frac{m_2 - e\,m_1}{m_1 + m_2} v_2^n$$

Problemas

- Problema 1:

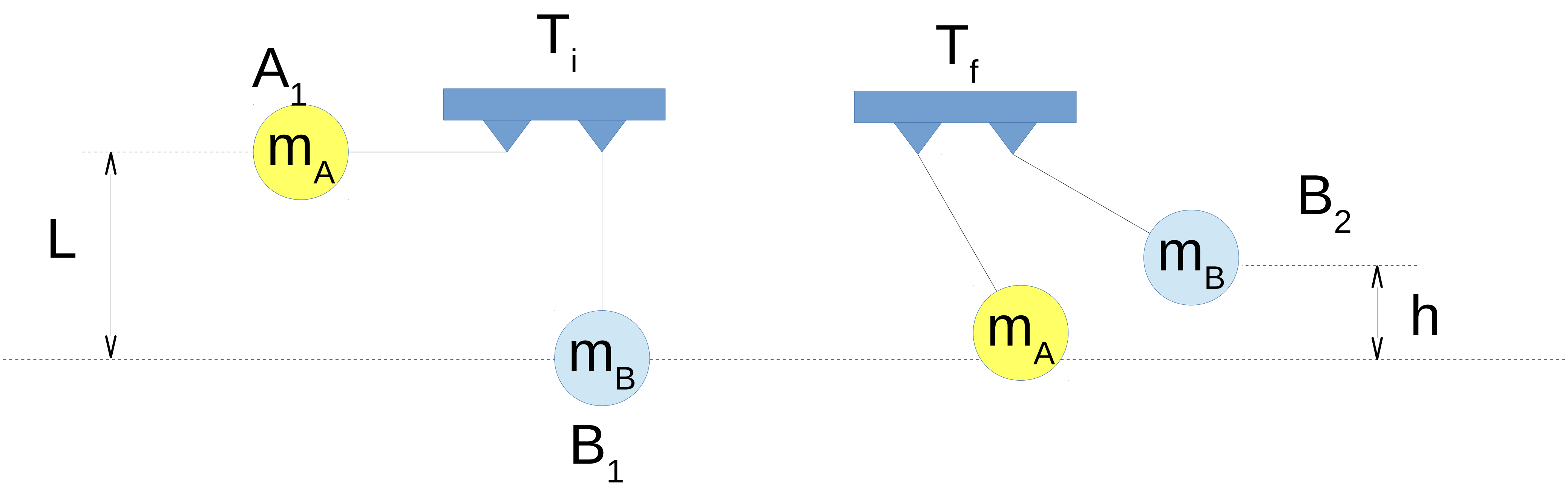
  Depois que o corpo A percorre 1,8 m à partir do repouso, ele levanta o corpo C. Determine o quanto o corpo A irá mover-se antes que inverta o sentido do movimento.



Problemas

- Problema 2:

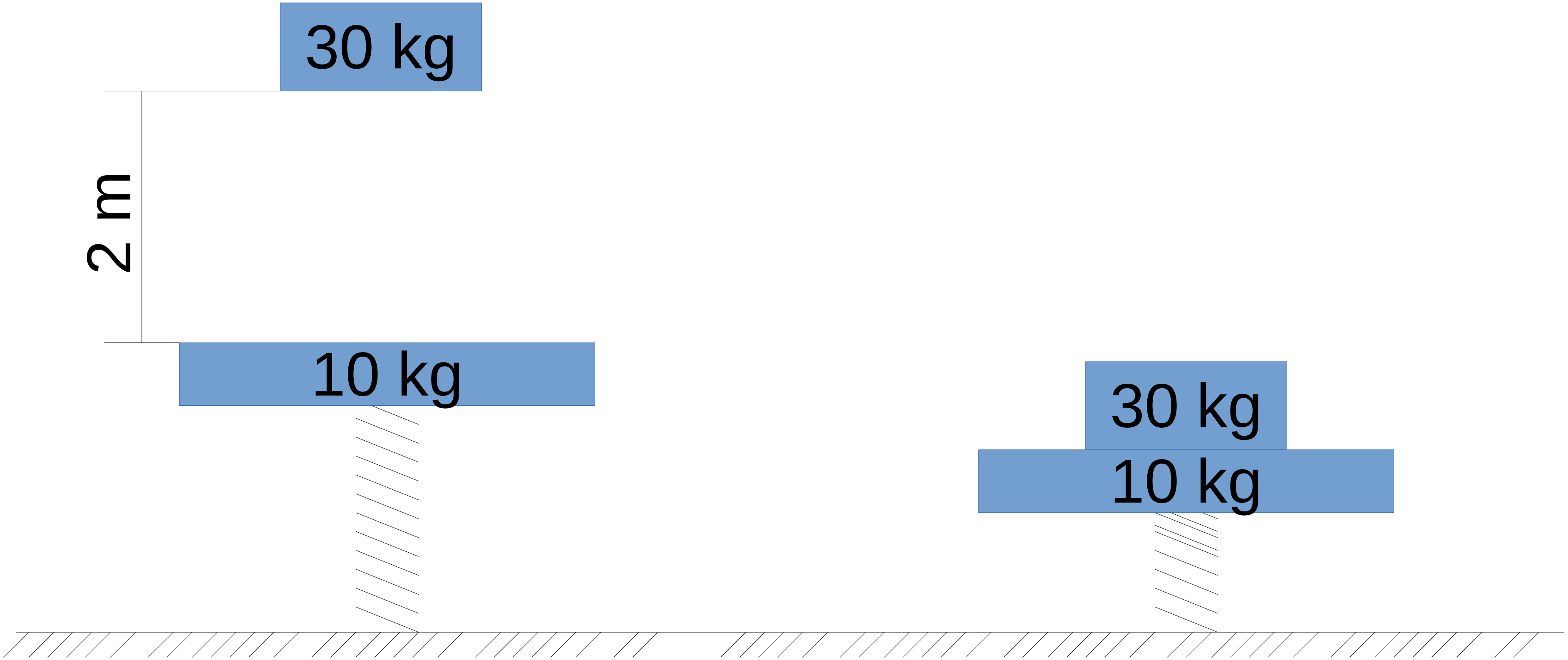
  Considere o pêndulo ***A*** que é liberado sem velocidade da posição $\boldsymbol{A_1}$. Ele oscila livremente até colidir com um segundo pêndulo ***B***, que está em repouso. Determine a altura ***h*** sabendo que o coeficiente de restituição é ***e***.



Problemas

- Problema 3:

  Um bloco de *30 kg* é solto *2 m* acima do prato de *10 kg* de uma balança. Supondo-se que o choque é perfeitamente plástico. Sabendo que *K= 20 kN/m*, Determine a máxima deflexão da mola.



Problemas

- Problema 4:

  Uma partícula esférica tem velocidade $\boldsymbol{v_1}$= *6 m/s* e colide com outra esfera idêntica que se encontra em repouso. Se o coeficiente de restituição é $\boldsymbol{e}$= *0,6*, determinar o movimento resultante das duas partículas após o impacto.