Prova de Álgebra Linear (01/08/2012)
Prof. Thiago Ritto (tritto@mecanica.ufrj.br)

Primeiro indique os passos para resolver o problema. Depois faça as contas.

1) (2,0) Faça uma parte da decomposiçao em valores singulares ($A = U\Sigma V^T$) da matriz A. Calcule V e Σ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2) (2,0) Faça a decomposição QR da matriz abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3) (2,0) Dada a reta $u = at + b$, calcule os coeficientes ótimos da reta no sentido dos mínimos quadrados. Tem-se as seguintes informações: $u(t = 0) = 2$, $u(t = 1) = 5$, $u(t = 2) = 4$.

4) (1,0) Sejam as matrizes abaixo associadas a transformações lineares $T : V \to W$. Classifique-as como injetora, sobrejetora ou bijetora. Justifique a sua resposta.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \; A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

5) (0,5) Calcule uma base para a imagem da transformação adjunta da matriz A do exercício 1.

6) (0,75) Dada uma matriz $A \in R^{4\times 2}$, quais são as possíveis soluções para o sistema $Ax = b$? Justifique a sua resposta. (Possíveis soluções: solução única, nenhuma solução, infinitas soluções).

7) (0,5) Seja um operador auto-adjunto $T : V \to V$. Podemos afirmar que a matriz associada a esse operador é definida semi-positiva? Justifique a sua resposta.

8) (0,5) Mostre que o determinante é invariante a uma mudança de base.

9) (0,75) Escreva uma base para o subespaço gerado pelo produto tensorial $v \otimes w$, onde $v \in R^2$ e $w \in R^3$.