10/07/2013 - P2 DIN2 - Prof. Thiago Ritto

* Considere todos os pedidos no referencial inercial.

1) (2,0) Considere uma barra soldada em um disco que rola sem deslizar em um plano, conforme mostra a Fig. 1. (a) Desenhe o cone do corpo e o cone espacial do sistema barra/disco. Se o disco passa a rolar deslizando e a velocidade *spin* do corpo diminui, (b) desenhe o cone do corpo e o cone espacial do sistema para essa nova situação. (c) Desenhe a aceleração angular do sistema para uma das situações descritas acima.

2) (2,0) Com respeito à dinâmica de um corpo rígido. (a) Sempre podemos usar a Lei de Euler com $\Omega = \omega$, se o momento calculado for em relação ao centro de massa e a base for solidária ao corpo? Justifique. (b) Sempre podemos usar a Lei de Euler com $\Omega \neq \omega$ quando o corpo é axissimétrico? Justifique.

a) Não, tem que ser eixos principais também b) Não, o eixo tem que ser ~~axissimé~~ principal giro ou ~~-~~ rotação de b_3

3) (2,0) A Fig. 2 consiste em uma haste que estava dobrada e está sendo liberada de seu recipiente. A estrutura está pinada no ponto 0 e girando na direção de $\mathbf{a}_3$ com velocidade constante Ω. Escreva uma expressão para a força $\mathbf{F}$ que a base do recipiente deve exercer sobre a haste durante seu prolongamento em termos da cinemática da estrutura, da massa por unidade de comprimento e da gravidade. A massa da haste por unidade de comprimento é ρ e a aceleração da gravidade é g.

4) (4,0) Considere o sistema mostrado na Fig. 3 formado por um disco de massa M e raio R e um conjunto de barras (B_1,..,B_7) de massa desprezível. O sistema está apoiado em uma mesa que gira com velocidade angular $\Omega\mathbf{a}_2$ constante. O disco tem rotação *spin* ω_o constante, e o sistema pode girar na direção de $\mathbf{b}_1$, pois está apoiado em mancais, como mostra a figura. Quando o sistema gira na direção de $\mathbf{b}_1$ molas lineares de constante k passam a atuar no sistema restringindo o movimento a pequenos ângulos θ. Pede-se: (a) o diagrama de corpo livre e o vetor $\mathbf{F}$ e $\mathbf{M}^{S/C}$. (b) O vetor aceleração angular do sistema em relação ao referencial inercial. (c) Escreva as equações de movimento usando a Lei de Newton. (d) Escreva as equações de movimento usando a Lei de Euler ($\Omega = \omega$ ou $\Omega \neq \omega$, como preferir).

Fig. 1

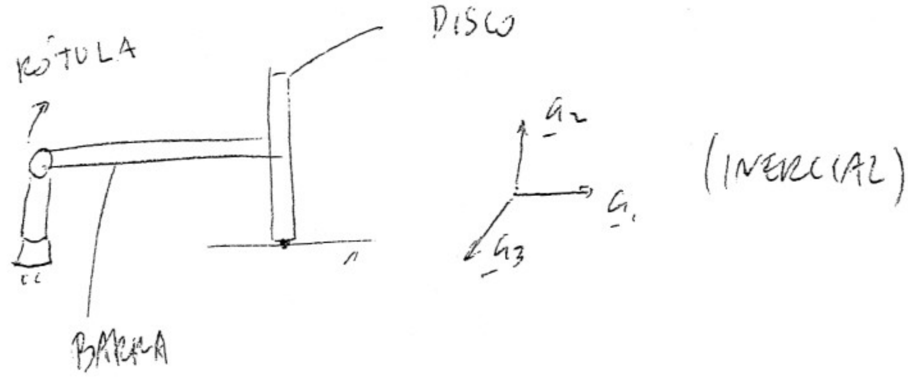


Fig 2

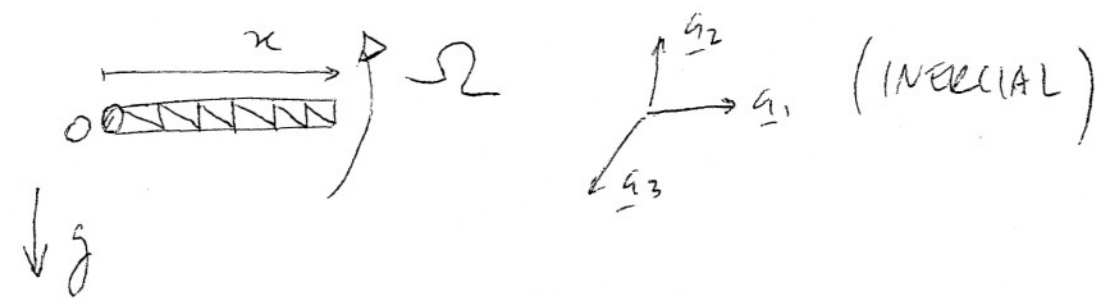
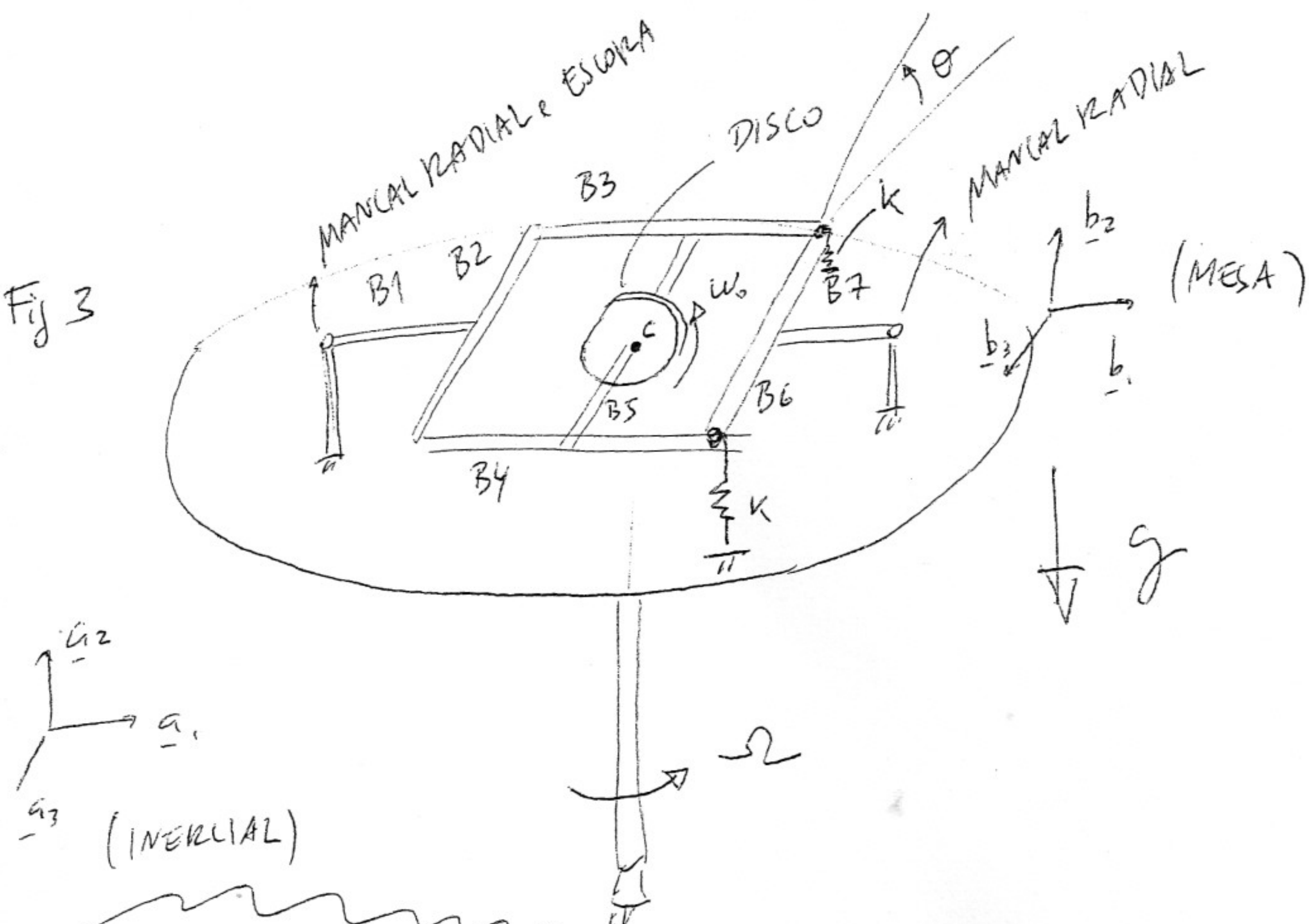
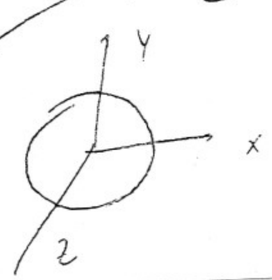


Fig 3



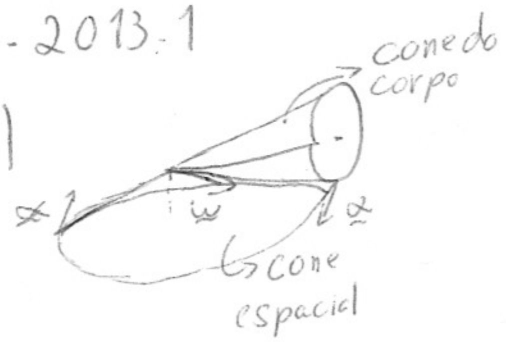


$$I_{xx} = \frac{1}{2} M R^2$$

$$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{4} M R^2$$

P2 - 2013.1

1) a)



b)

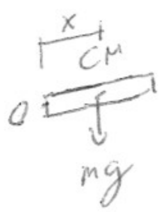
c) $\underset{\sim}{\omega} = \dot{\phi} \underset{\sim}{a}_2 - \dot{\theta} \underset{\sim}{b}_1$

$\underset{\sim}{\alpha} = \underbrace{\cancel{\ddot{\phi}}}_{0} \underset{\sim}{a}_2 - \underbrace{\cancel{\ddot{\theta}}}_{0} \underset{\sim}{b}_1 + \dot{\theta}^2 \underset{\sim}{b}_3 \Rightarrow \underset{\sim}{\alpha} = \dot{\theta}^2 \underset{\sim}{b}_3$

2) a) Não, caso os eixos utilizados não sejam os eixos principais de inércia, pois aí [I] não seria diagonal.

b) Não, caso o último giro não seja no eixo de axissimetria, pois [I] passaria a variar no tempo.

3)



$\underset{\sim}{R} = F + P$

$\underset{\sim}{R} = m \frac{d}{dt} {}^R v^{CM} + \dot{m}(v - v^0)$

$m = 2\rho x$

$\dot{m} = 2\rho \dot{x}$

${}^R v^{CM} = \dot{x} \underset{\sim}{b}_1 + \Omega x \underset{\sim}{b}_2$

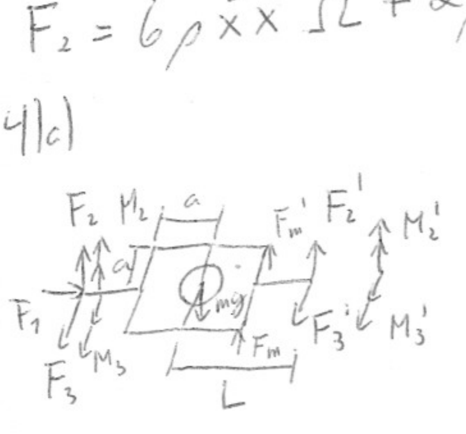
${}^R a^{CM} = \ddot{x} \underset{\sim}{b}_1 + 2\Omega \dot{x} \underset{\sim}{b}_2 - \Omega^2 x \underset{\sim}{b}_1$

$$R = \begin{bmatrix} 2\rho x(\ddot{x} - \Omega^2 x) + 2\rho \dot{x}^2 \\ 4\rho \dot{x} x \Omega + 2\rho \dot{x} x \Omega \\ 0 \end{bmatrix}$$

$F_1 = 2\rho x(\ddot{x} - \Omega^2 x) + 2\rho \dot{x} - 2\rho x \operatorname{sen} \Omega t$

$F_2 = 6\rho \dot{x} x \Omega + 2\rho x \cos \Omega t$

4) c)



$$\underset{\sim}{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 + F_2' + F_m + F_m' - mg \\ F_3 + F_3' \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{M}^{S_E} = \begin{bmatrix} F_m' a - F_m a \\ F_3 L - F_3' L + M_2 + M_2' \\ M_3' + M_3 + F_m' a + F_m a + F' L - F_2 L \end{bmatrix}$$

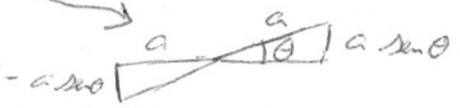
b) $\underset{\sim}{\omega} = \Omega \underline{b}_2 + \dot{\theta}\, \underline{b}_1 + \omega_0\, \underline{c}_3$

$\quad = \Omega\, \underline{b}_2 + \dot{\theta}\, \underline{b}_1 + \omega_0 \cos\theta\, \underline{b}_3 - \omega_0\, \text{sen}\,\theta\, b_2$

$\underset{\sim}{\alpha} = \ddot{\theta}\, \underline{b}_1 - \dot{\theta}\,\Omega\, \underline{b}_3 - \dot{\theta}\, \omega_0\, \text{sen}\,\theta\, \underline{b}_3 + \omega_0\, \Omega \cos\theta\, \underline{b}_1 - \omega_0\, \dot{\theta} \cos\theta\, \underline{b}_2$

c) $p^{CM/O} = b\, \underline{b}_2 \Rightarrow {}^{R}v^{CM} = {}^{R}a^{CM} = 0$

$$\underset{\sim}{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 + F_2' + \underbrace{K a\, \text{sen}\,\theta - K a\, \text{sen}\,\theta} - mg = 0 \Rightarrow F_2 + F_2' = mg \\ F_3 = -F_3' \end{cases}$$



d) $M_x = F_m' a - F_m a = K a^2\, \text{sen}\,\theta - (-K a^2\, \text{sen}\,\theta) = 2 K a^2\, \text{sen}\,\theta$

$M_x = I_{xx}\, \dot{\omega}_x + (I_{zz} - I_{yy})\, \omega_y \omega_z = \frac{1}{4} m r^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{4} m r^2 (\Omega - \omega_0\, \text{sen}\,\theta)(\omega_0 \cos\theta)$

$\Downarrow$

$$2 K a^2\, \text{sen}\,\theta = \frac{1}{4} m r^2 \left[\ddot{\theta} + (\Omega - \omega_0\, \text{sen}\,\theta)(\omega_0 \cos\theta)\right]$$

$M_y = 2 F_3 L + M_2 + M_2'$

$M_y = -\frac{1}{4} m r^2 \omega_0 \dot{\theta} \cos\theta - \frac{1}{4} m r^2 (\dot{\theta})(\omega_0 \cos\theta)$

$$2 F_3 L + M_2 + M_2' = -\frac{1}{2} m r^2 \omega_0 \dot{\theta} \cos\theta$$

$M_z = M_3 + M_3' + L(F_2' - F_2)$

$M_z = \frac{1}{2} m r^2 (-\omega_0 \dot{\theta}\, \text{sen}\,\theta) + \cancelto{0}{(I_{yy} - I_{xx})}\, \omega_x \omega_y$

$$M_3 + M_3' + L(F_2' - F_2) = -\frac{1}{2} m r^2 \omega_0 \dot{\theta}\, \text{sen}\,\theta$$