Prova de Álgebra Linear (17/04/2013)
Prof. Thiago Ritto (tritto@mecanica.ufrj.br)

Primeiro indique os passos para resolver o problema, depois faça as contas.

1) (1,5) Faça a decomposição QR da matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mostrada abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) (2,0) Faça a decomposiçao em valores singulares ($A = U\Sigma V^T$) da matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ mostrada abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3) (2,5) Considere o subespaço gerado pelos vetores $a_1 = (1, 2, 0, 1)$ e $a_2 = (1, 0, 0, 1)$. Dado $v = (1, 1, 1, 1)$, faça a) a projeção e b) a reflexão de v no subespaço mencionado.

4) (2,0) a) Obtenha uma base para a imagem da transformação adjunta de $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1+2x_3, x_1+2x_3, 2x_1+x_2+3x_3, x_1+2x_3, x_1+2x_2)$.
b) Calcule e faça o desenho de uma base para o núcleo de A e uma base para a imagem de A^T, dado $A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ mostrada abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

5) (1,0) Calcule as normas $||A||_1$, $||A||_2$ e $||A||_\infty$ da matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mostrada abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

6) (1,0) Mostre que $(u \otimes v)w = u < v, w >$, onde u, v, $w \in \mathbb{R}^n$.