



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

DATA

1 1

GRAUS

1  
2  
3  
4  
5

Aluno:

GABARITO - P3 - 2012.1

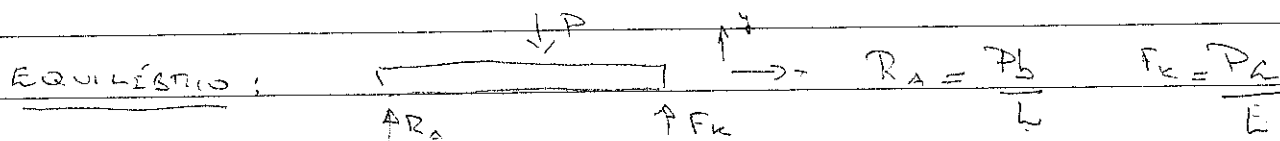
Disciplina:

MEC. SÓLIDOS I

Turma:

Professor:

1ª QUESTÃO (5,0 PONTOS)



ONDE  $b = L - a$  . Logo  $v(L) = -\frac{Pa}{kL}$

$$M(x) = R_A x - P(x-a)$$

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = M(x)$$

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{R_A x^2}{2} - \frac{P(x-a)^2}{2} + C_1$$

$$EI v = \frac{R_A x^3}{6} - \frac{P(x-a)^3}{6} + C_1 x + C_2$$

$$v(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$v(L) = -\frac{Pa}{kL} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{R_A L^3}{6} - \frac{Pb^3}{6} + C_1 L \right]$$

$$C_1 = P \left[ \frac{E I a}{k L^2} + \frac{b^3}{6L} - \frac{aL}{6} \right]$$

$$v(a) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{Pba^3}{L} + C_1 a \right]$$

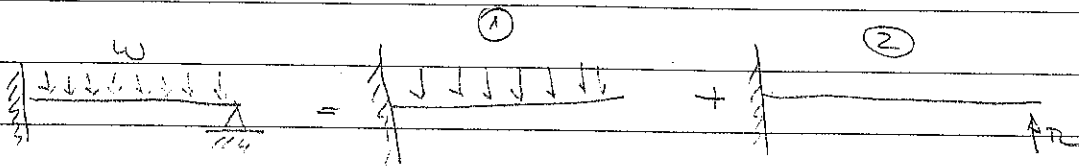
$$(b) \quad \epsilon = \frac{\sigma_x(x=L/2)}{EI} \frac{bh^3}{12}$$

$$\epsilon = -M(x=L/2) \frac{1}{EI} \frac{bh^3}{12} \frac{1}{2} =$$

$$\epsilon = -P \frac{bh^3}{EI} \left[ \frac{b}{2} - \frac{\langle b-a \rangle}{2} \right]$$

2ª. Questão (5,0 pontos)

SUPERPOSIÇÃO

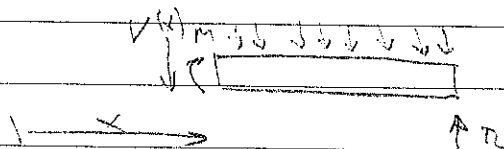


Seja que  $v(x) = v_1 + v_2$  e  $v(L) = 0$

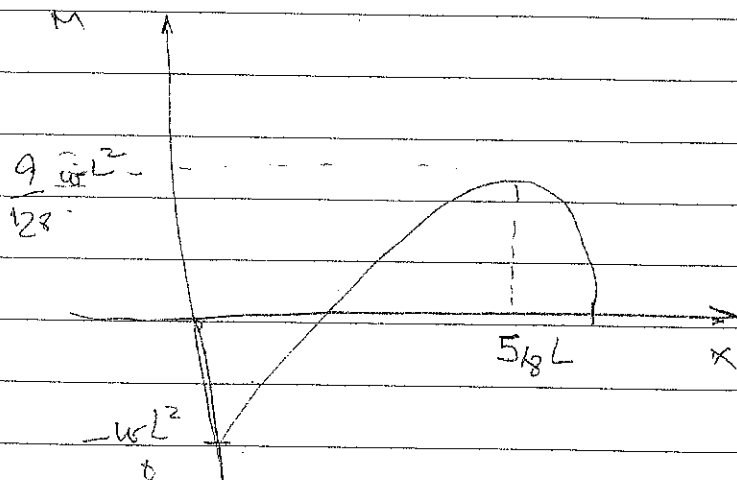
$$\# \quad v(L) = -\frac{w_0 L^4}{8EI} + \frac{2RL^3}{6EI} = 0$$

$$R = \frac{3}{8} wL$$

# Momento Fletor



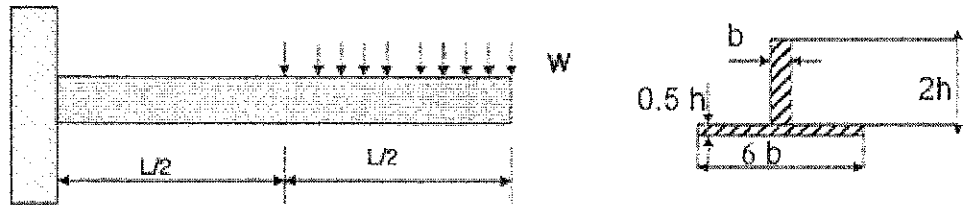
$$M(x) = R(L-x) - w(L-x) \frac{1}{2}(L-x)$$



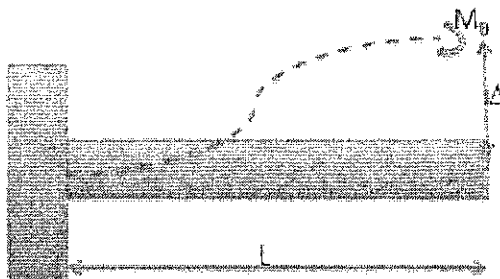
$$|M|_{\max} = \frac{9}{128} wL^2$$

P3 - Mecânica dos Sólidos I - 2013.1

1ª Questão (5.0 pontos) Obtenha as distribuições de Momento Fletor e Esforço Cortante para o caso abaixo. Calcule, também, a máxima tensão de tração, considerando a seção transversal apresentada esquematicamente abaixo. Calcule ainda, considerando o Módulo de Elasticidade  $E$ , a máxima deflexão na viga.



2ª Questão (5.0 pontos) : Determine a relação entre a carga aplicada  $P$  na extremidade a direita da viga e o deslocamento da vertical  $\Delta$  nesse ponto. Nessa mesma extremidade há uma mola de rotação. Esta mola não impede rotações da seção transversal, mas as dificulta ao impor um momento fletor nesse ponto diretamente proporcional à rotação ( $M_\theta = -K\theta$ ) no sentido contrário a esta. Dados: Módulo de Elasticidade  $E$ , momento de inércia  $I$  e comprimento da barra  $L$ . Item adicional (1.0 pontos extra): Indique como poderia ser calculada a componente horizontal da reação na extremidade a direita da viga, caso o movimento horizontal nesse ponto fosse impedido.



Fórmulas:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} ; \frac{M}{EI} = \frac{1}{R} ; \frac{M}{EI} = \frac{d^2u}{dx^2}$$


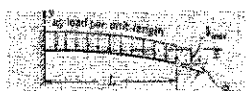
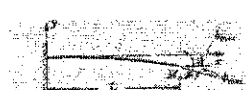



Momento de Inércia (em relação ao seu centróide) de uma seção transversal de base b e altura h :  $\frac{bh^3}{12}$

Teorema dos Eixos Paralelos:

$$I_{z'z'} = I_{zz} + a^2 A$$

Table 8.1 Deflection formulas for uniform beams

$\delta$  is positive downward

1.		$\delta = \frac{P}{6EI} (x - a)^3 - x^3 + 3x^2a$	$\delta_{max} = \frac{Pa^2(3L - a)}{6EI}$	$\phi_{max} = \frac{Pa^2}{2EI}$
2.		$\delta = \frac{w_0 x^4}{24EI} (x^2 + 6L^2 - 4Lx)$	$\delta_{max} = \frac{w_0 L^4}{8EI}$	$\phi_{max} = \frac{w_0 L^3}{6EI}$
3.		$\delta = \frac{M_0 x^3}{2EI}$	$\delta_{max} = \frac{M_0 L^3}{2EI}$	$\phi_{max} = \frac{M_0 L}{EI}$
4.		$\delta = \frac{Pb}{6LEI} \left[ \frac{L}{b} (x - a)^3 - x^3 + (L^2 - b^2)x \right]$	$\delta_{max} = \frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}LEI}$ at $x = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$	$\phi_1 = \frac{Pab(2L - a)}{6LEI}$ $\phi_2 = \frac{Pab(2L - b)}{6LEI}$
5.		$\delta = \frac{w_0 x}{24EI} (L^3 - 2Lx^2 + x^3)$	$\delta_{max} = \frac{5w_0 L^4}{384EI}$	$\phi_1 = \phi_2 = \frac{w_0 L^3}{24EI}$
6.		$\delta = \frac{M_0 L x}{6EI} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$	$\delta_{max} = \frac{M_0 L^3}{9\sqrt{3}EI}$ at $x = \frac{L}{\sqrt{3}}$	$\phi_1 = \frac{M_0 L}{6EI}$ $\phi_2 = \frac{M_0 L}{3EI}$