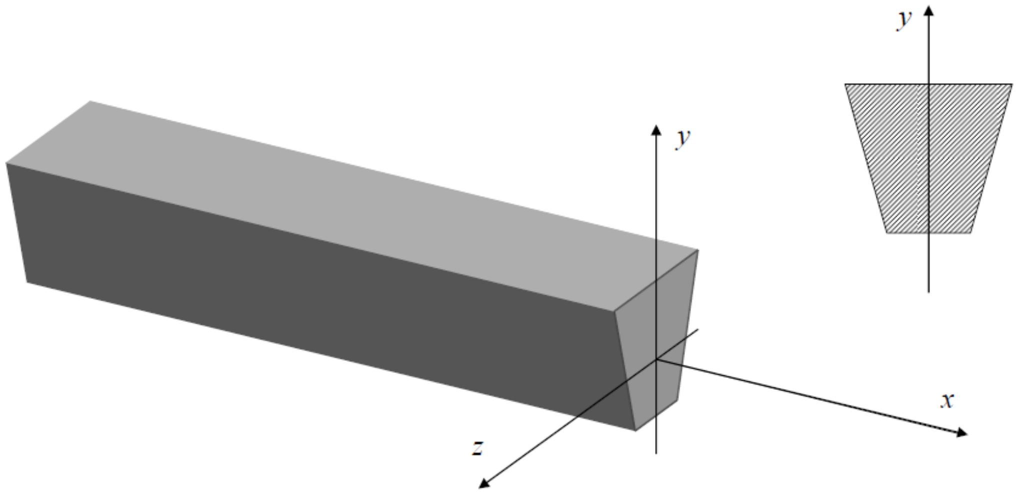
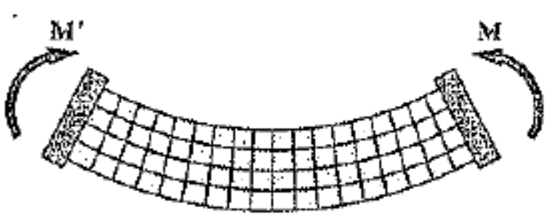
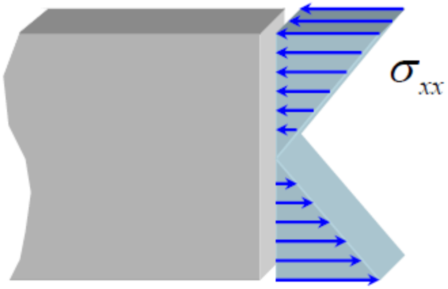
Flexão : Tensões e Deformações

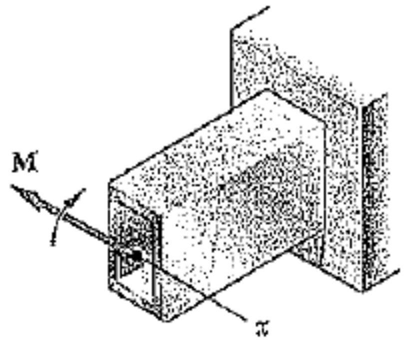


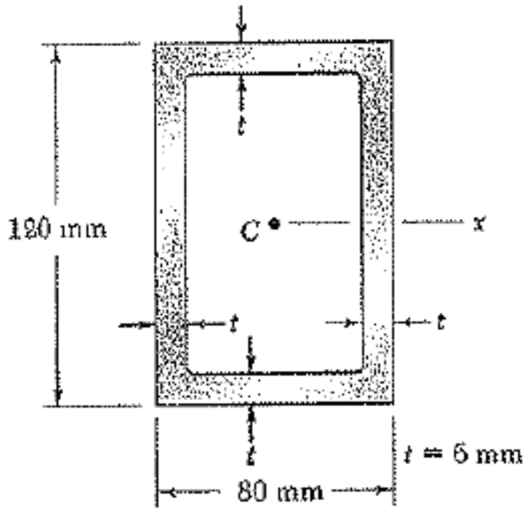
$$\epsilon_{xx} = -\frac{M(x)y}{EI_{zz}} \qquad \sigma_{xx} = -\frac{M(x)y}{I_{zz}}$$





Exemplo:
Calcular as máximas tensões de compressão e tração





Tensões Máximas : tensão é uma função de x e y. Note que pela forma da expressão o máximo irá acontecer para a coordenada x em que o maior momento fletor é atingido. E em relação à y?

Neste caso M(x) = cte

Distribuição de tensões homogêna em relação à x

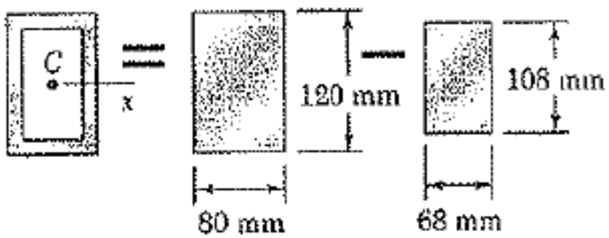
Máxima tensão de compressão acontece para y = - 60 mm

Máxima tensão de tração acontece para y = 60 mm

Só resta calcular o momento de inércia

Da definição :

$$I_{zz} = \int_A y^2 dA = \int_{A1} y^2 dA + \int_{A2} y^2 dA$$



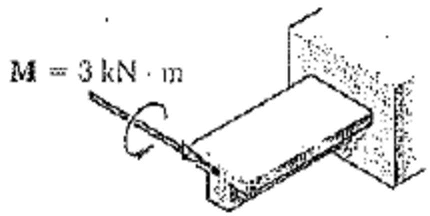
$$\underbrace{I_{zz} = \frac{bh^3}{12}}$$

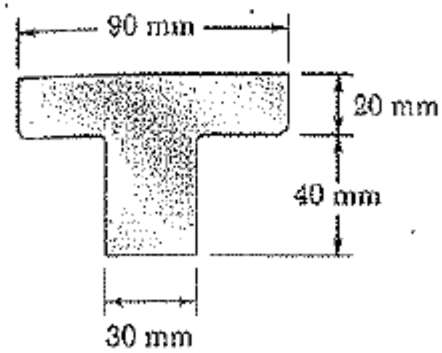
Seção transversal retangular

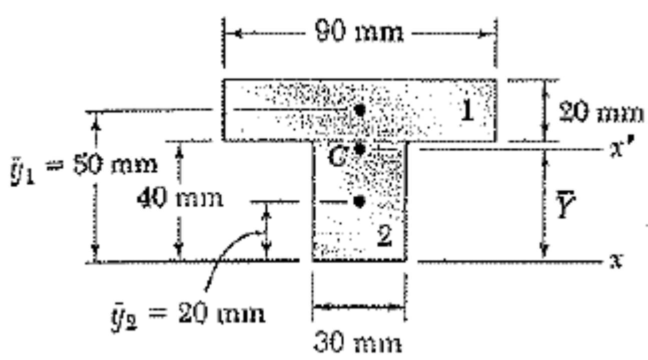
$$I_{zz} = \frac{1}{12} 80 \;\; 120^3 - \frac{1}{12} 68 \;\; 108^3 \longrightarrow I_{zz} = 4.38\text{x}10^6 mm^4$$

$$|\sigma_{max}^{comp}| = |\sigma_{max}^{trac}|$$

Exemplo : Seção em “T”







De definição de centróide:

$$\bar{y} = \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i A_i$$

$$\bar{y} = 38mm$$

Mais uma vez o momento é constante e, assim, a distribuição de tensões é homogênea em relação à x

Questão: Quem é maior $\left|\sigma_{max}^{comp}\right|$ ou $\left|\sigma_{max}^{trac}\right|$?

Momento de Inércia :

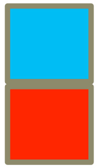
$$I_{zz} = \overbrace{\sum \bar{I}_{zz} + Ad_i^2}^{Teorema\ dos\ Eixos\ Paralelos} = \frac{1}{12}(90)(20)^3 + (90\text{x}20)(12)^2 + \frac{1}{12}(30)(40)^3 + (30\text{x}40)(18)^3$$

$$I_{zz} = 868\text{x}10^{-9} m^4$$

$$\sigma_{max}^{trac} = \frac{(3KN.m)(0.022m)}{868\text{x}10^{-9} m^4} = 76MPa$$

$$\sigma_{max}^{comp} = \frac{(3KN.m)(-0.038m)}{868\text{x}10^{-9} m^4} = -131.3MPa$$

Viga composta

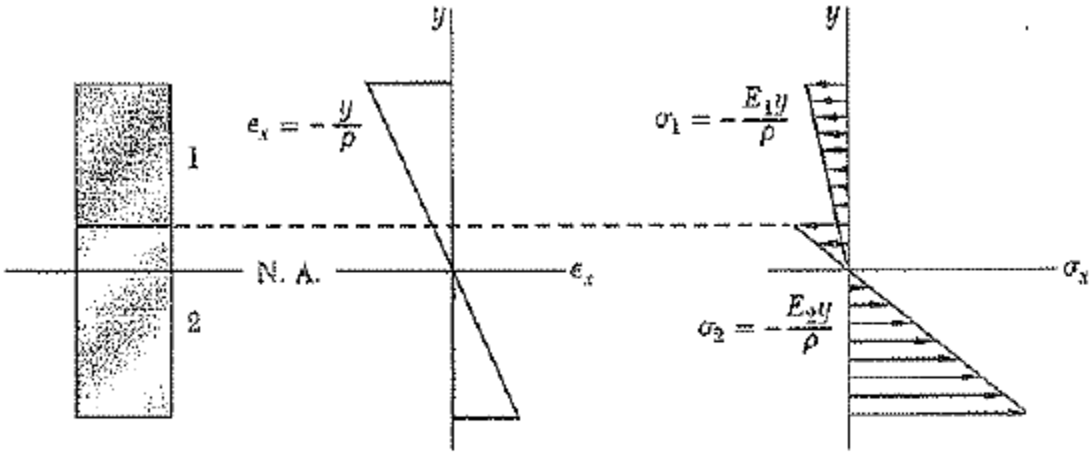


Seção Transversal

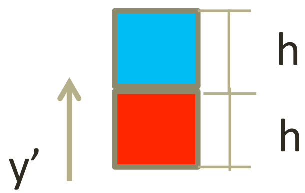
Supondo que as duas partes estão perfeitamente coladas , a cinemática da deformação será a mesma

$$\epsilon_{xx} = -\frac{y}{\rho}$$

E a linha neutra, onde está localizada?



Equilíbrio :
N = 0



$$\int_{A1} \sigma_1 \; dA_1 + \int_{A2} \sigma_2 \; dA_2 = O$$

$$\frac{1}{\rho}\{\int_{A1} E_1 y \; dA_1 + \int_{A2} E_2 y \; dA_2\} = O$$

Mudança de variáveis : $y = y' - c$

$$E_1 b \int_{A1} (y' - c) \; dA_1 + E_2 b \int_{A2} (y' - c) \; dA_2 = O$$

$$\Downarrow$$

$$c = \frac{h(E_1 + 3E_2)}{2(E_1 + E_2)}$$

E1 = E2 $\longrightarrow$ c = h/2

Equilíbrio

$$\int_{A1} \sigma_1 \; y \; dA_1 + \int_{A2} \sigma_2 \; y \; dA_2 = -M$$

$$\int_{A1} \frac{E_1 y}{\rho} \; y \; dA_1 + \int_{A2} \frac{E_2 y}{\rho} \; y \; dA_2 = M$$

$$\frac{1}{\rho}\{E_1 I_1 + E_2 I_2\} = M$$

Mom. Inércia – teo. eixos paralelos

$$\sigma_i = -\frac{M E_i y}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \qquad i = 1, 2$$